



チェビシェフ多項式に関連する標本点列による多項式補間の近似特性について

著者	岡本 和磨
発行年	2017
URL	http://hdl.handle.net/10236/00027102

チェビシェフ多項式に関連する標本点列による 多項式補間の近似特性について

関西学院大学大学院 理工学研究科

数理科学専攻 北原研究室 岡本和磨

与えられた有限個のデータ点をすべて通るような多項式で、想定される関数のデータ点以外での関数値を推測することを多項式補間という。多項式補間は相異なる標本点列が与えられたときに可能で、この標本点列の取り方によっては、補間多項式に余分な振動を生じさせる場合がある。標本点列をチェビシェフ多項式の零点や絶対値が1となる点列を標本点列とすると、多項式補間を考える際によい近似結果が得られることが知られている。そこで、北原研究室では、1974年の DeVore の定理を基にして、チェビシェフ多項式の絶対値が1となる点列を標本点列としたときに近いような近似特性をもつ標本点列を C-Type 標本点列と定義し、多項式の関数系において C-Type 標本点列となる標本点列の条件について研究をしており、先行研究では4次までの多項式の関数系において、条件付きで C-Type 標本点列となる場合が調べられている。

本研究では、多項式関数系の次数を5次にした場合について、C-Type 標本点列となる条件を考察した。つまり、DeVore の結果から導かれる5次の場合の標本点列

$$\left\{-1 = \cos \frac{5\pi}{5}, \cos \frac{4\pi}{5}, \cos \frac{3\pi}{5}, \cos \frac{2\pi}{5}, \cos \frac{1\pi}{5}, \cos \frac{0\pi}{5} = 1\right\}$$

を中心にして、原点について対称な位置にある5点

$$-1, -t, -s, s, t, 1 \quad (0 < s < t < 1)$$

が C-Type 標本点となる場合の s, t の条件を考察した。先行研究では、4次までの多項式の関数系における C-Type 標本点となる場合を、補間多項式の極値を求めることで調べられていた。しかし、この手法を関数系の次数が上がった場合にも用いることは計算が複雑となり現実的でない。今回、5次の多項式の関数系における場合を考察しており、新しいアプローチから調べる必要があった。今回用いた手法は、先行研究と比較すると、方程式の評価を用いているので必要十分条件ではなく十分条件となっているが、次数が5次以上になっても考察できるという手法である。また、先行研究で残った課題を踏まえ、 s, t の条件式を直感的にわかるような式、例えば2次形式で表すことのできるような式までもっていくことに目標をおいた。さらに、DeVore の点を中心に考えているので、DeVore の点を s, t の条件式に含ませるようにした。

さらに、 $x_0 = -1, x_1, \dots, x_n = 1$ ($x_0 < x_1 < \dots < x_n$) を C-Type 標本点列としたとき、この標本点列を基にして、新たに C-Type 標本点列を作り出すことを目標とし、両端点を ± 1 に固定しない場合の C-Type 標本点列について考察した。